**Adatbank számonkéréshez Markov-láncból**

**Számjegyes**

**Címe**: 1-4

S, M

**Kérdés**: A testmozgás fontos, mégsem csináljuk mindennap, mert esetleg a tegnapi testmozgástól még fáradtnak érezzük magunkat. Egy adott személy testmozgásait vizsgáljuk. Tegyük fel, hogy annak a valószínűsége, hogy egy nap végez-e testmozgást csak attól függ, hogy előző nap mozgott-e? Ha tegnap mozgott, akkor ma 0,4 valószínűséggel fog ismét mozogni, viszont, ha nem mozgott, akkor is van 0,2 valószínűsége annak, hogy ma ismét nem mozog. A napok hány százalékában fog testmozgást végezni az adott személy? Mennyi a valószínűsége, hogy, ha egy nap sportol, akkor a rá következő negyedik nap is sportol?

**Korrekciós utasítás**: Egy adott napon vagy végzünk testmozgást vagy nem. Ezek lesznek a lánc állapotai. A lánchoz tartozó átmenetvalószínűségmátrix:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | sportol | nem sportol |
| sportol | 0,4 | 0,6 |
| nem sportol | 0,8 | 0,2 |

Ki kell számolnunk a feladat egyensúlyi eloszlását! Ehhez egy egyenletrendszert kell megoldanunk! Tudjuk, hogy: , azaz

π1=0,4 π1+0,8π2

π2=0,6 π1+0,2π2

Mindkét egyenletből az adódik, hogy 0,6π1=0,8π2. Teljesülnie kell annak is, hogy1= π1+π2

Ezekből a feltételekből azt kapjuk, hogy és

A második kérdés megválaszolásánál a negyedik átmenetvalószínűség mátrix segítségével kapunk választ, ami 4.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | sportol | nem sportol |
| sportol | 0,5824 | 0,4176 |
| nem sportol | 0,5568 | 0,4432 |

Itt a sportol-sportol cellába találjuk a keresett valószínűséget: 0,5824

**Címkék**: Markov-lánc

**Megoldás**:

**Címke**: A feladathoz tartozó Markov-lánc állapotterének elemszáma.

**Pontos érték hibahatárral**: 2 ±0%

**Címke**: Annak a valószínűsége, hogy az adott személy sportol egy nap. ( 4 tizedes jegyre kerekített számot adjon meg. Az eredmény bevitelénél a tizedes jegyek elválasztására pontot használjon!)

**Pontos érték hibahatárral**: 0.5714 ±0%

**Címke**: Annak a valószínűsége, hogy az adott személy nem sportol egy nap. ( 4 tizedes jegyre kerekített számot adjon meg. Az eredmény bevitelénél a tizedes jegyek elválasztására pontot használjon!)

**Pontos érték hibahatárral**: 0.4286 ±0%

**Címke**: Annak a valószínűsége, hogy, ha egy nap sportol, akkor a rá következő negyedik nap is sportol? ( 4 tizedes jegyre kerekített számot adjon meg. Az eredmény bevitelénél a tizedes jegyek elválasztására pontot használjon!)

**Pontos érték hibahatárral**: 0.5824±0%

**Címe**: 5

S

Egyszeres választás

**Kérdés**: Tekintsük a következő átmenetvalószínűség mátrixot!

Mely állapotok tranziensek?

**Korrekciós utasítás**: Egy állapot akkor tranziens, ha van egy másik állapot, ahová vezet út, de vissza út nincs. A 2. állapot tranziens, mert eljuthatunk onnan a 4. állapotba, de onnan csak 1-esbe mehetünk, ahonnan ismét csak az egyes és négyes állapot érhető el.

**Címkék**: Markov-lánc

**Megoldás**:

**Címke**: tranziens állapotok:

Válaszok:

1, 4

3, 5, 6

csak a 2 helyes

csak a 4

**Címe**: 6

S

Egyszeres választás

**Kérdés**: Tekintsük a következő átmenetvalószínűség mátrixot!

Mely állapotok visszatérőek?

**Korrekciós utasítás**: Egy állapot akkor visszatérő, ha bármely olyan állapotból, amibe vezet út, van visszaút is. Tehát, ami nem tranziens. Előző feladatból tudjuk, hogy csak 2 tranziens, így a visszatérő állapotok: 1, 3, 4, 5, 6

**Címkék**: Markov-lánc

**Megoldás**:

**Címke**: visszatérő állapotok:

Válaszok:

1, 4

1, 3, 4, 5, 6 helyes

csak a 2

csak a 4

**Számjegyes**

**Címe**: 7

M

**Kérdés**: Egy 9 fős társaság leül kártyázni, fejenként 5000 forinttal. Minden körben 1000 ft tétet kell betenni, és a kör győztese nyeri a betett téteket. Mindenki addig játszik, amíg van nála pénz, tehát addig játszanak, amíg valaki el nem nyeri az összes játékos pénzét. Ha a játékot Markov-lánccal írjuk le, akkor hány elnyelő állapota van a folyamatnak?

**Korrekciós utasítás**: Az állapot a 9 játékos által birtokolt pénz 9 elemű vektora: . Azok az állapotok elnyelőek, amikor minden pénz egy játékosnál van, azaz egyik elem 45000, a többi 0. Tehát 9 elnyelő állapot van.

**Címkék**: Markov-lánc

**Megoldás**:

**Címke**: Az elnyelő állapotok száma **Pontos érték hibahatárral**: 9 ±0%

**Címe**: 8

S

Egyszeres választás

**Kérdés**: Tekintsük a következő átmenetvalószínűség mátrixot!

Adjuk meg az állapotok zárt halmazait!

**Korrekciós utasítás**: Egy állapotokat tartalmazó halmaz zárt, ha egyetlen halmazon kívüli állapot sem érhető el a halmazban lévő állapotokból. A zárt halmazok:{1, 4}, {3, 5, 6}

**Címkék**: Markov-lánc

**Megoldás**:

**Címke**: zárt halmazok:

Válaszok:

{1, 4}, {3, 5, 6} helyes

{2, 4, 6}

{3, 5},

nincs zárt halmaz

**Címe**: 9-10

M

Számjegyes

**Kérdés**: Tekintsük a következő átmenetvalószínűség mátrixot! Határozza meg, hogy hosszútávon az idő hány százalékát fogja a rendszer az első állapotban tölteni!

Számolja ki az első állapotból indulva az első állapotba való első visszatérés átlagos idejét!

**Korrekciós utasítás**: A és összefüggésekből azt az egyenletrendszert kapjuk, hogy és . Ennek az egyenletrendszernek a megoldása:

. Tehát az első állapotban az idő 53,3 %-át tölti a rendszer.

Az első állapotból indulva az első állapotba való első visszatérés átlagos ideje:

**Címkék**: Markov-lánc

**Megoldás**:

**Címke**: Az első állapotban az idő ennyi %-át tölti a rendszer:

(Válaszát egy tizedes jegy pontossággal adja meg.)

**Pontos érték hibahatárral**: 53,3 ±0%

**Címke**: az első állapotból indulva az első állapotba való első visszatérés átlagos ideje:

(Válaszát három tizedes jegy pontossággal adja meg.)

**Pontos érték hibahatárral**: 1,875 ±0%

**Címe**: 11

S

Egyszeres választás

**Kérdés**: Tekintsük a következő átmenetvalószínűség mátrixot!

Ergodikus-e a lánc?

**Korrekciós utasítás**: Ahhoz, hogy egy lánc ergodikus legyen szükséges, hogy minden állapota visszatérő legyen. A 2-es állapot nem visszatérő, így a lánc nem lehet ergodikus.

**Címkék**: Markov-lánc

**Megoldás**:

**Címke**: Ergodikus a lánc?

Válaszok:

igen

nem helyes

nem lehet eldönteni

**Címe**: 12

S

Egyszeres választás

**Kérdés**: Tekintsük a következő átmenetvalószínűség mátrixot!

Periódikus-e az ötödik állapot? Ha igen milyen periódussal?

**Korrekciós utasítás**: Az 5. állapotból mindig a 6.-ba lépünk, onnan mindig a 3.-ba, és onnan mindig vissza az 5.-be. Ez azt jelenti, hogy 5.-ből indulva mindig 3 egész számú többszöröse számú lépés kell, amíg oda vissza érünk, tehát a periódus 3.

**Címkék**: Markov-lánc

**Megoldás**:

**Címke**: Vizsgálja meg az 5. állapotot periódikusság szempontjából!

Válaszok:

nem periódikus

periódikus, a periódusa 3 helyes

periódikus, a periódusa 4

periódikus, a periódusa 6